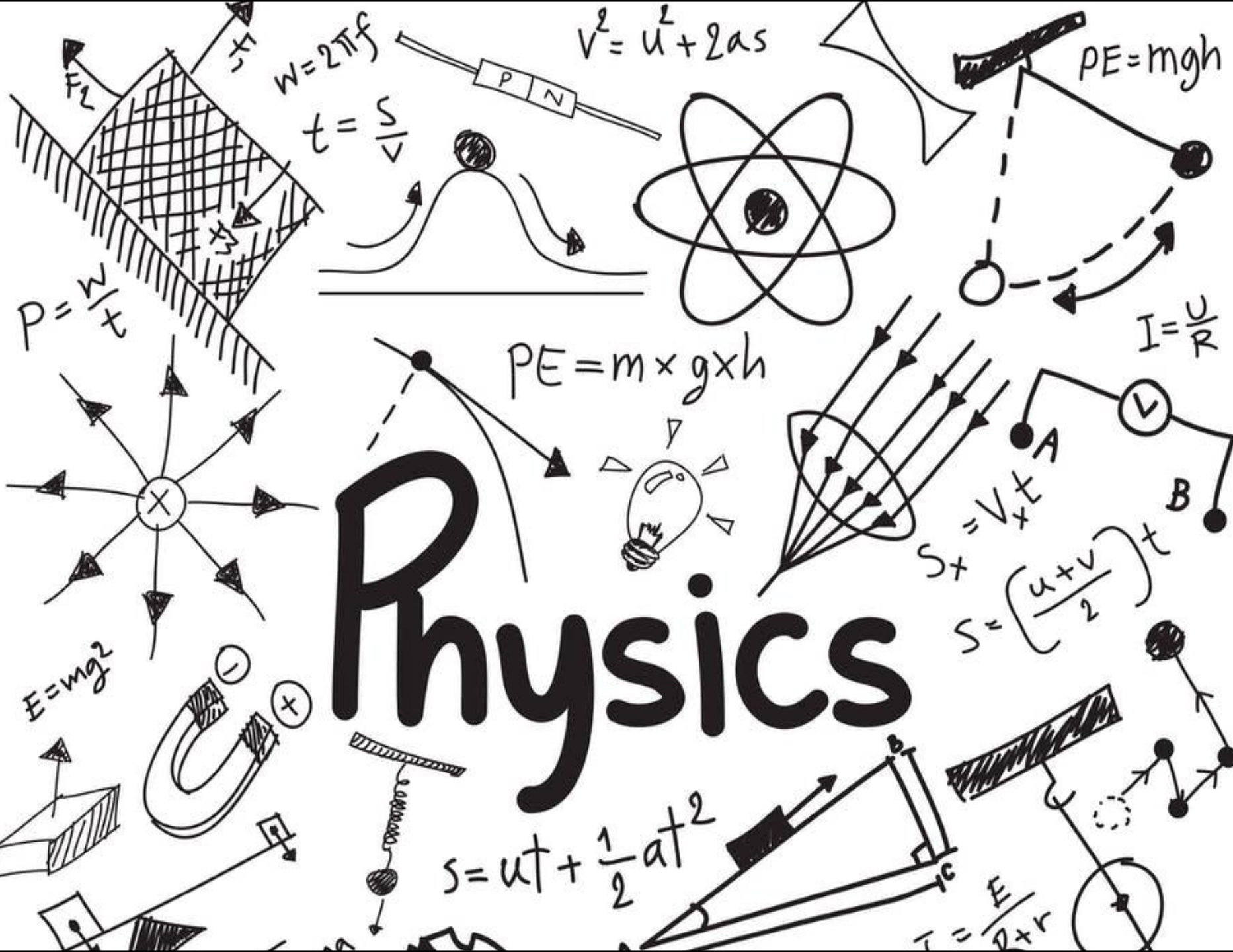


Physics



Reminder...

- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Ενέργεια Συστήματος

- Με όσα έχουμε δει ως τώρα
 - Θέση
 - Ταχύτητα
 - Επιτάχυνση
 - Δύναμη

και με αρχές όπως οι **νόμοι του Newton**, μπορούμε να λύσουμε πολλά προβλήματα...

- Όμως σε πιο σύνθετα προβλήματα αντιμετωπίζουμε δυσκολίες...
 - Π.χ. αν η δύναμη είναι μεταβαλλόμενη κατά μέτρο ή αν η διαδρομή κίνησης δεν είναι ευθύγραμμη
- Χρειαζόμαστε μια διαφορετική/συμπληρωματική προσέγγιση, που θα κάνει τα προβλήματα πιο απλά...

Ενέργεια Συστήματος

- Κάποιες έννοιες ίσως σας φανούν οικείες, αλλά στη Φυσική απαιτείται λίγο μεγαλύτερη ακρίβεια...
- Ας ξεκινήσουμε με την έννοια της **ενέργειας**
- Ιδέες που έχουμε από την καθημερινότητά μας για την ενέργεια
 - Βενζίνη και πετρέλαιο για μεταφορές και θέρμανση
 - Ηλεκτρισμός για φωτισμό και συσκευές
 - Φαγητό για κατανάλωση
- «Έχεις ενέργεια να πάμε για τρέξιμο?»
 - Ικανότητα να κάνεις κάποια δουλειά, κάποιο **έργο**

Ενέργεια Συστήματος

- Θα μας απασχολήσουν τρία είδη ενέργειας:
 - **Κινητική**, Δυναμική, και Θερμική

Kinetic energy K



- Η κινητική ενέργεια είναι η ενέργεια της κίνησης.
- Όλα τα κινούμενα αντικείμενα έχουν κινητική ενέργεια.
- Όσο μεγαλύτερη μάζα ή όσο πιο γρήγορα κινείται ένα αντικείμενο, τόσο μεγαλύτερη η κινητική του ενέργεια.

Ενέργεια Συστήματος

- Θα μας απασχολήσουν τρία είδη ενέργειας:
 - Κινητική, **Δυναμική**, και Θερμική

Potential energy U



- Η δυναμική ενέργεια είναι αποθηκευμένη ενέργεια που σχετίζεται με τη θέση ενός αντικειμένου.
- Το τρένακι της εικόνας έχει **βαρυτική** δυναμική ενέργεια που εξαρτάται από τη θέση του (ύψος) πάνω από το έδαφος.

Ενέργεια Συστήματος

- Θα μας απασχολήσουν τρία είδη ενέργειας:
 - Κινητική, Δυναμική, και **Θερμική**

Thermal energy E_{th}



- Η θερμική ενέργεια είναι το άθροισμα όλων των μικροσκοπικών κινητικών και δυναμικών ενεργειών των ατόμων και δεσμών που συνιστούν ένα σώμα.
- Ένα σώμα έχει μεγαλύτερη θερμική ενέργεια όταν είναι ζεστό παρά όταν είναι κρύο.

Ενέργεια Συστήματος

- Τα παραπάνω δεν αποτελούν ορισμό της ενέργειας
 - ...είναι απλά **παραδείγματα**
- Γενικότερα, είναι δύσκολο να οριστεί με ακρίβεια η ενέργεια
 - Είναι περισσότερο... «αφηρημένη» έννοια
 - Θα μπορούσαμε να πούμε ότι αποτελεί έναν αριθμό που **σχετίζεται με την κατάσταση ενός... συστήματος**
 - Αν η χρήση αυτών των αριθμών γίνει σωστά, μπορούμε να προβλέψουμε αποτελέσματα πειραμάτων και να κατασκευάσουμε μηχανές!
- Κάθε διαδικασία στη φύση αφορά ενέργεια και μεταφορές/ μετασχηματισμούς αυτής

Ενέργεια Συστήματος

- Ξεκινάμε τη συζήτηση θεωρώντας ένα νέο μοντέλο, το **σύστημα**
- Προς το παρόν, ας δούμε τι είναι ένα **σύστημα** και πώς σχετίζεται με την ενέργεια
 - **Συστήματα** μπορεί να είναι:
 - Ένα ή περισσότερα **σώματα**
 - Μια **περιοχή του χώρου**
 - Κάτι που **αλλάζει σχήμα και μέγεθος**
 - **Συνδυασμός των παραπάνω**
- Αργότερα, θα μιλήσουμε για **μοντέλα ανάλυσης** ενός συστήματος
 - ...αντί ενός μόνο σώματος, που είχαμε ως τώρα

Προς εξέταση

Ενέργεια Συστήματος

- Πρώτο βήμα είναι η **αναγνώριση** του συστήματος
- Όταν συζητάμε για ένα σύστημα, είτε αγνοούμε (**απομονωμένο** σύστημα) είτε ενδιαφερόμαστε (**μη απομονωμένο** σύστημα) για τις **ενεργειακές** αλληλεπιδράσεις του περιβάλλοντος με το σύστημα
 - Ακόμα δε γνωρίζουμε ποιές είναι αυτές, με τι σχετίζονται, και πώς τις βρίσκουμε... (απλώς υποθέτουμε – υπομονή 😊)
 - Επίσης υποθέτουμε ότι κάποιες **δυνάμεις** δρουν στο σύστημα και του μεταβάλλουν την ενεργειακή κατάσταση
- Ανεξαρτήτως του συστήματος που επιλέγουμε πάντα υπάρχει το **όριο/σύνορο συστήματος**:
 - Μια (συνήθως) φανταστική επιφάνεια που χωρίζει το σύστημα με το περιβάλλον του
 - Π.χ. σε ένα κιβώτιο, η επιφάνειες του κιβωτίου

Ενέργεια Συστήματος



○ Παράδειγμα 1:

- Σύστημα {σπόγγος} : **μονομελές**
- **Μη απομονωμένο** (ασκείται **εξωτερική** δύναμη που το κινεί – **μεταβάλλει την κινητική του ενέργεια**, καθώς υπάρχει και η δύναμη **τριβής** με την επιφάνεια που ολισθαίνει, η οποία αυξάνει τη **θερμική ενέργεια** του συστήματος – και της επιφάνειας)
 - Επιφάνεια σπόγγου = σύνορο συστήματος
 - Η δύναμη (μέσω του χεριού) και η τριβή είναι μια ενεργειακή επιρροή στο σύστημα από το περιβάλλον του, η οποία ασκείται επάνω στο σύνορο (επιφάνεια) του συστήματος

○ Παράδειγμα 2:

- Σύστημα {σπόγγος, τραπέζι} : **πολυμελές**
- **Μη απομονωμένο** (ασκείται **εξωτερική** δύναμη που το κινεί – μεταβάλλει την κινητική του ενέργεια, αλλά πλέον η **τριβή** αποτελεί **εσωτερική** δύναμη του συστήματος)
 - Ασκείται από ένα μέλος του συστήματος σε ένα άλλο

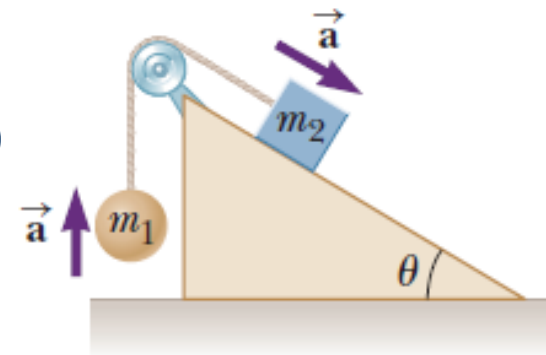
Ενέργεια Συστήματος

○ Παράδειγμα 3:

- Σύστημα {σώματα, σχοινί} : **πολυμελές και μη απομονωμένο!**
 - Οι δυνάμεις από το σχοινί επιταχύνουν τα σώματα (άρα αλλάζουν την **κινητική** τους ενέργεια) και είναι **εσωτερικές**, και **δεν** ανήκουν στο περιβάλλον του
 - Αντίθετα, οι δυνάμεις του βάρους τους είναι **εξωτερικές!** Θα δούμε αργότερα πως αυτές αλλάζουν κάτι «ενεργειακό» στο σύστημα...

○ Παράδειγμα 4:

- Σύστημα {σώματα, σχοινί, Γη} : **πολυμελές και απομονωμένο!** (αν το κεκλιμένο είναι λείο)
 - Όλες οι δυνάμεις που πιθανόν μεταβάλλουν την ενέργειά του είναι **εσωτερικές**
 - **Καμιά** δεν ανήκει στο περιβάλλον του



○ Παράδειγμα 5:

- Σύστημα {σώματα, σχοινί, Γη, κεκλιμένο} : **πολυμελές και απομονωμένο!**
 - Ακόμα κι αν υπάρχουν τριβές!
 - Όλες οι δυνάμεις που πιθανόν μεταβάλλουν την ενέργειά του είναι **εσωτερικές** : **καμιά** δεν ανήκει στο περιβάλλον του

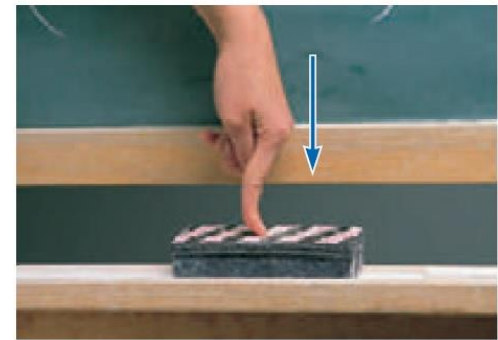
Ενέργεια Συστήματος



a



b



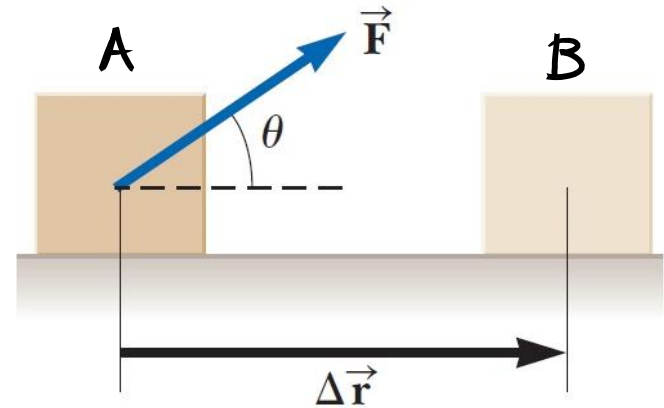
c

- Ας ξεκινήσουμε από **μονομελή** συστήματα
- Αναγνωρίζουμε το σύστημα: {σπόγγος}
- Ερώτημα: **πόσο αποτελεσματικοί είμαστε με την εξωτερική δύναμη που βάζουμε (όμοια σε μέτρο σε όλες τις περιπτώσεις) στο να κινήσουμε το σπόγγο (χωρίς τριβές);**
- Σε ποια περίπτωση τα καταφέρνουμε καλύτερα;
 - Μέτρο δύναμης – Κατεύθυνση – Μετατόπιση

Ενέργεια Συστήματος

- Ας μείνουμε σε ένα τέτοιο απλό παράδειγμα

- Ένα σύστημα ενός σώματος μετατοπίζεται σε ευθεία γραμμή από μια σταθερή δύναμη \vec{F} που του ασκείται υπό γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο



- Το **έργο (Work) W** που παράγεται στο σύστημα από τη δύναμη που ασκείται εξωτερικά στο σύστημα ορίζεται ως
 - το γινόμενο του μέτρου της σταθερής **δύναμης \vec{F}** , του μέτρου της **μετατόπισης $\Delta \vec{r}$** του σημείου εφαρμογής της δύναμης, και του **συνημιτόνου της γωνίας θ** ανάμεσα στα δυο προηγούμενα:

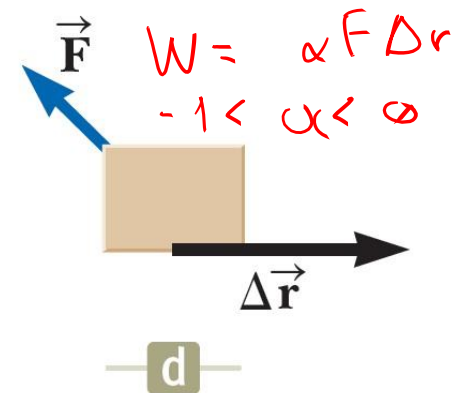
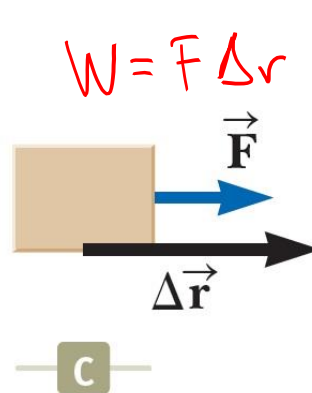
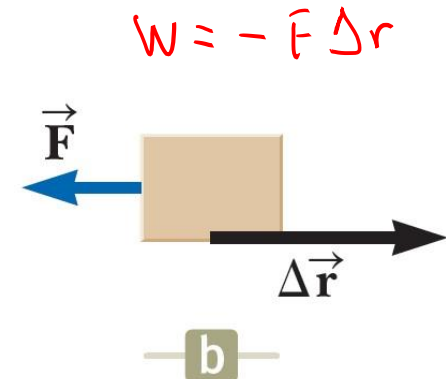
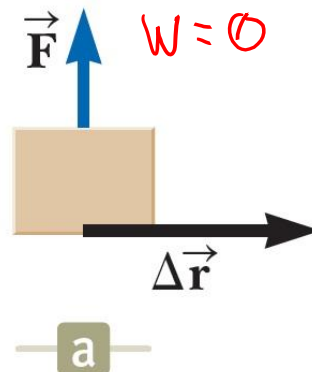
$$W \equiv |\vec{F}| |\Delta \vec{r}| \cos(\theta) = F \Delta r \cos(\theta)$$

Ενέργεια Συστήματος

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta)$$

- Quiz: Κατατάξτε τις παρακάτω περιπτώσεις σε αύξουσα τιμή έργου

↓
b
d
a
c



Ενέργεια Συστήματος

- Διακρίνετε μια διαφορά με την καθημερινή σας εμπειρία για το έργο;
- Κρατήστε μια βαριά μπάλα στο ύψος των ώμων σας για 2'
- Στο τέλος, θα έχετε κουραστεί και θα θεωρείτε ότι «παράξατε αρκετό έργο» επάνω στην μπάλα
- Η αλήθεια είναι ότι ο ορισμός που μόλις είδαμε θα σας πει ότι
$$W = 0$$
 - Γιατί απλά υποστηρίζατε την μπάλα, δεν τη μετακινήσατε
- Επίσης, δείτε ξανά την (c) εικόνα με το σπόγγο.

Ενέργεια Συστήματος

- Η μαθηματική έκφραση

$$W \equiv F \Delta r \cos(\theta)$$

μοιάζει γνωστή...

- Προκύπτει από το μαθηματικό εργαλείο που λέγεται

εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

- Έστω δυο διανύσματα \vec{A}, \vec{B} . Το εσωτερικό τους γινόμενο είναι μια βαθμωτή ποσότητα (= αριθμός) που ισούται με

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\theta)$$

- Άρα το έργο W που παράγεται σε ένα σώμα από μια δύναμη \vec{F} για μετατόπιση $\Delta \vec{r}$ μπορεί να γραφεί ως $\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$!

Ενέργεια Συστήματος

- Θυμηθείτε από τις ιδιότητες του εσωτερικού γινομένου διανυσμάτων ότι:
 - $\vec{F} \perp \Delta\vec{r} \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = 0$
 - $\vec{F} \uparrow\uparrow \Delta\vec{r} \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}||\Delta\vec{r}| = F\Delta r$
 - $\vec{F} \uparrow\downarrow \Delta\vec{r} \Rightarrow \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = -|\vec{F}||\Delta\vec{r}| = -F\Delta r$
- Αυτές οι ιδιότητες θα φανούν πολύ χρήσιμες, καθώς αναλύουμε δυνάμεις σε x – και y – συνιστώσες!
 - Με αυτόν τον τρόπο, όλες οι συνιστώσες θα είναι παράλληλες ή κάθετες στη μετατόπιση $\Delta\vec{r}$

Ενέργεια Συστήματος

- Μονάδα μέτρησης έργου

$$N \cdot m = J \text{ (Joule)}$$

- Μπορούμε να πούμε ότι «**το έργο W αποτελεί ενέργεια που μεταφέρεται προς ή από ένα σύστημα μέσω μιας δύναμης που δρα στο σύστημα**»

$$\text{έργο} = \text{ενέργεια}$$

$$\text{παραγωγή έργου} = \text{μεταφορά ενέργειας}$$

- Αν W είναι το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα, τότε
 - $W > 0$: Έργο θετικό → Μεταφορά ενέργειας προς το σύστημα
 - $W < 0$: Έργο αρνητικό → Μεταφορά ενέργειας από το σύστημα

Ενέργεια Συστήματος

- **Έργο θετικό** → Μεταφορά ενέργειας προς το σύστημα

- Σπρώχνουμε και επιταχύνουμε οριζόντια ένα κιβώτιο
- Σηκώνουμε ένα βιβλίο από το τραπέζι σε ένα ράφι
- Το έργο που παράγουμε πάνω στο (κιβώτιο/βιβλίο) είναι θετικό
- Δύναμη στο (κιβώτιο/βιβλίο) παράλληλη με τη μετατόπιση

- **Έργο αρνητικό** → Μεταφορά ενέργειας από το σύστημα

- Προσπαθούμε να συγκρατήσουμε ένα άλογο με το λάσο
- Επιστρέφουμε ένα βιβλίο από το ράφι στο τραπέζι
- Το έργο που παράγουμε πάνω στο (κιβώτιο/βιβλίο) είναι αρνητικό
- Δύναμη στο (άλογο/βιβλίο) αντίθετη στη μετατόπιση



Ενέργεια Συστήματος

$$\begin{aligned}\vec{i} \cdot \vec{i} &= \vec{j} \cdot \vec{j} = 1 \\ \vec{i} \cdot \vec{j} &= 0\end{aligned}$$

● Παράδειγμα

- Ένα σωματίδιο στο xy επίπεδο υπόκειται σε μετατόπιση $\Delta\vec{r} = 2.0\vec{i} + 3.0\vec{j}$ m λόγω μιας **σταθερής** δύναμης $\vec{F} = 5.0\vec{i} + 2.0\vec{j}$ N που ασκείται στο σωματίδιο. Βρείτε το έργο που παράγεται από τη δύναμη στο σωματίδιο.

Είναι

$$\begin{aligned}W_F &= \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = (5\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (2\vec{i} + 3\vec{j}) \\ &= 10 \underbrace{\vec{i} \cdot \vec{i}}_1 + 15 \underbrace{\vec{i} \cdot \vec{j}}_0 + 4 \underbrace{\vec{j} \cdot \vec{i}}_0 + 6 \underbrace{\vec{j} \cdot \vec{j}}_1 \\ &= 10 + 0 + 0 + 6 \\ &= 16 \text{ J}\end{aligned}$$

Ενέργεια Συστήματος

• Έργο δύναμης βάρους

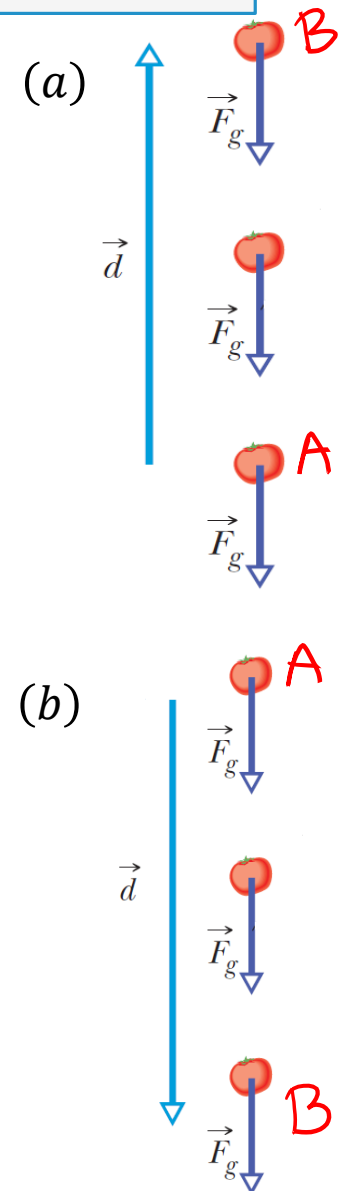
- Όταν ένα σώμα ανέρχεται (α):

$$\begin{aligned}W_{F_g} &= \vec{F}_g \cdot \vec{d} = F_g d \cos(\pi) \\ &= -F_g d = -mgd\end{aligned}$$

- Όταν ένα σώμα κατέρχεται (b):

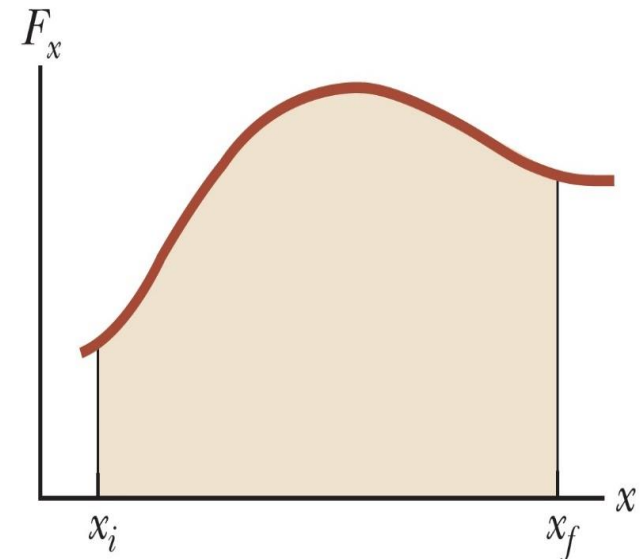
$$\begin{aligned}W_{F_g} &= \vec{F}_g \cdot \vec{d} = F_g d \cos(0) \\ &= F_g d = mgd\end{aligned}$$

- Παρατηρήστε τα πρόσημα. «Βγάζουν» νόημα?



Ενέργεια Συστήματος

- Η συζήτησή μας αφορούσε έργο υπό **σταθερή δύναμη**
 - Τι γίνεται όταν η δύναμη είναι **μεταβαλλόμενη** αλλά η κίνηση εξακολουθεί να είναι ευθύγραμμη;
 - Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις που είδαμε!
 - Ας πούμε ότι μεταβάλλεται μόνο το μέτρο της – τι συμβαίνει τότε?
- Παράδειγμα:
 - Η x -συνιστώσα της δύναμης μεταβάλλεται κατά την κίνηση σε νοητό άξονα $x'x$



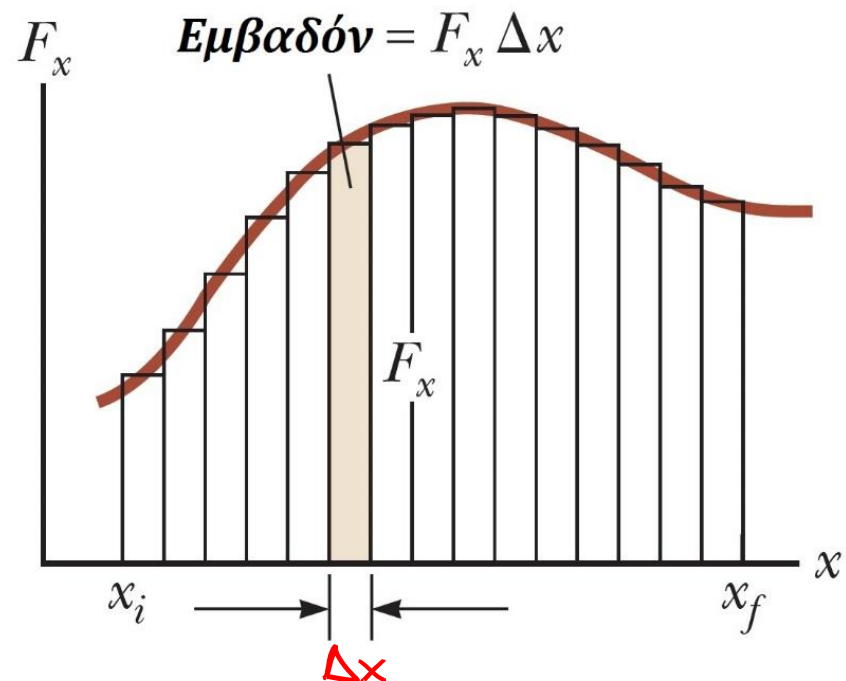
Ενέργεια Συστήματος

- Μπορούμε να θεωρήσουμε τη δύναμη ως **τμηματικά** (για πολύ μικρά διαστήματα Δx) **σταθερή!**

- Προσέγγιση:

- Χωρίζουμε το διάστημα σε μικρά διαστήματα Δx
- Σε κάθε τέτοιο διάστημα έχουμε έργο W_j , που ισούται με το εμβαδόν του αντίστοιχου παραλληλογράμμου

$$W_j = F_x \Delta x$$



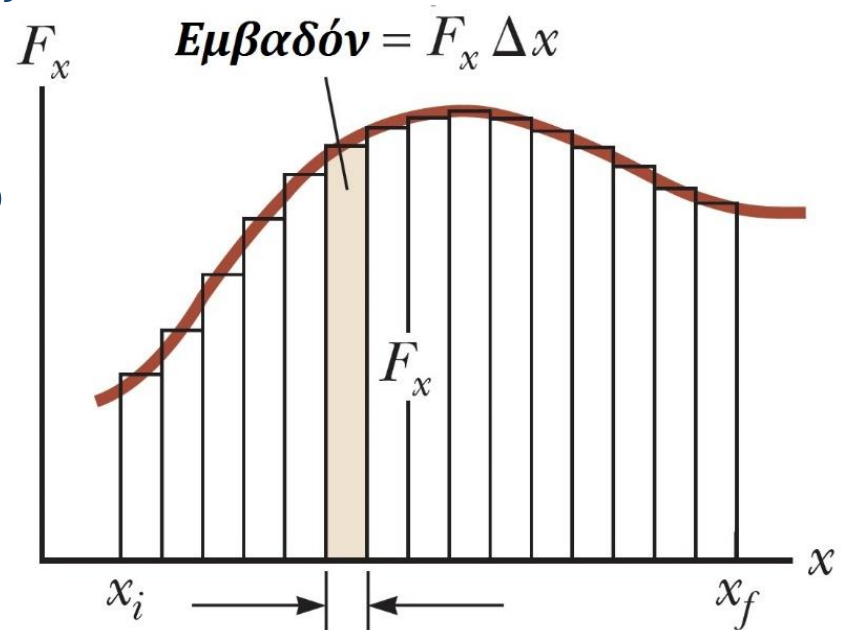
Ενέργεια Συστήματος

- Μπορούμε να θεωρήσουμε τη δύναμη ως **τμηματικά** (για πολύ μικρά διαστήματα Δx) **σταθερή!**

- Παράδειγμα:

- Το συνολικό έργο είναι $\approx \sum_j W_j$

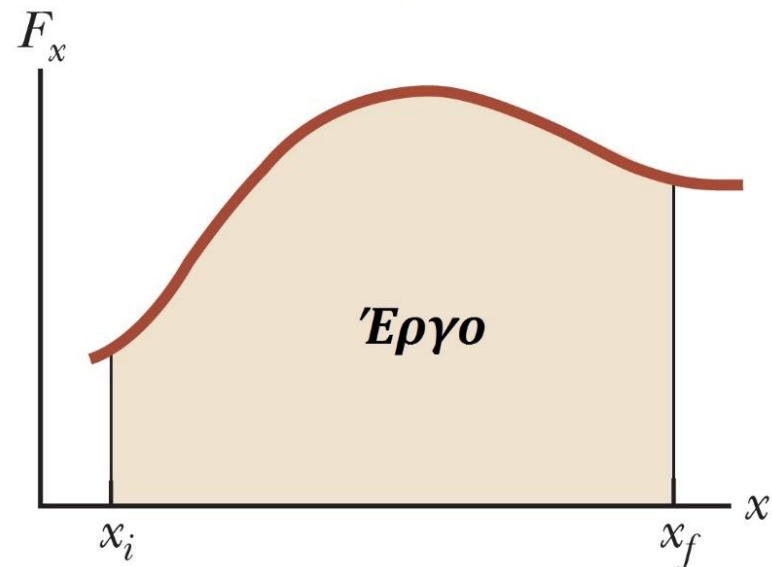
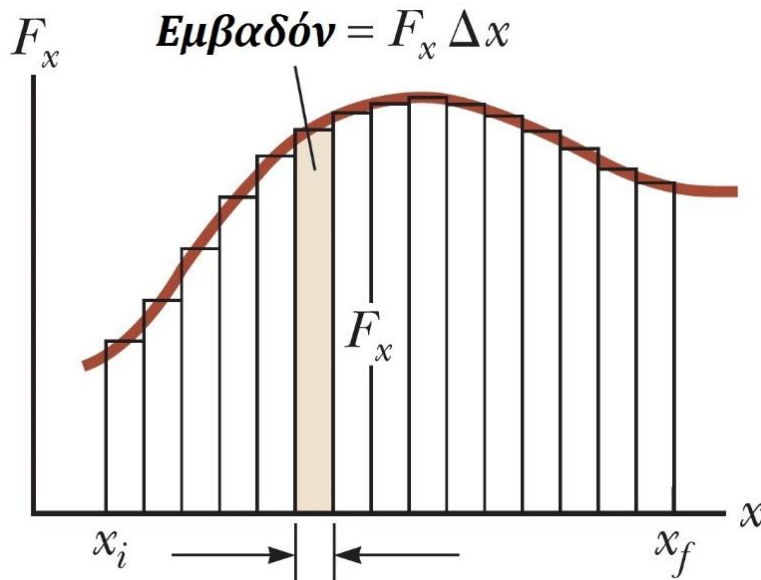
- Όταν τα διαστήματα γίνονται απειροστά μικρά ($\Delta x \rightarrow 0$), τότε το συνολικό έργο ισούται με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη!



Ενέργεια Συστήματος

- Με μαθηματικά,

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{x_i}^{x_f} F_x \cos(0) dx = \int \vec{F}_x \cdot d\vec{x}$$

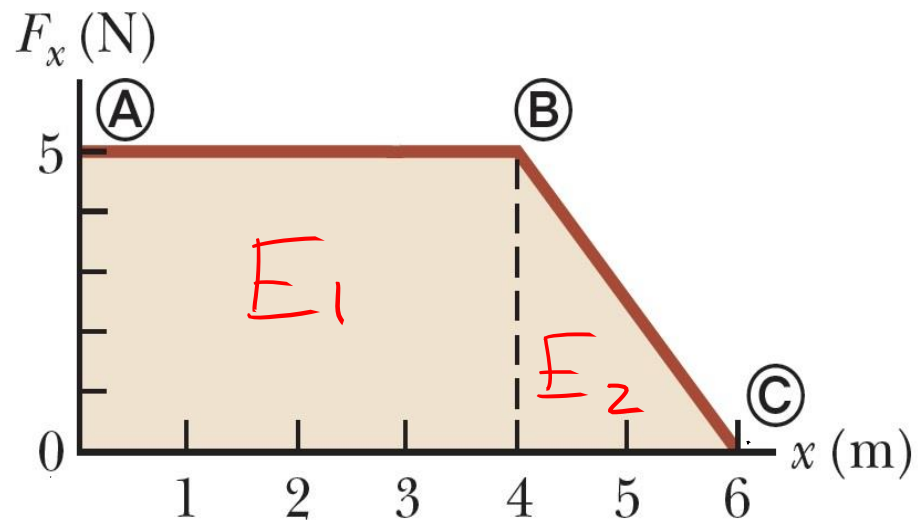


Ενέργεια Συστήματος

- ◉ Παράδειγμα:

- ◉ Μια δύναμη ασκείται σε ένα σωματίδιο, η οποία μεταβάλλεται με την απόσταση, όπως στο Σχήμα. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη στο σωματίδιο όταν αυτό κινείται από $x = 0$ ως $x = 6$ m.

$$\begin{aligned}W_F &= E_1 + E_2 \\&= 4 \cdot 5 + \frac{2 \cdot 5}{2} \\&= 20 + 5 \\&= 25 \text{ J}\end{aligned}$$



Ενέργεια Συστήματος

○ Παράδειγμα – Λύση:

Άλλα λύση: ("κικί")

$$W = \int_0^6 F_x dx = \int_0^4 5 dx + \int_4^6 \left(-\frac{5}{2}x + 15\right) dx$$

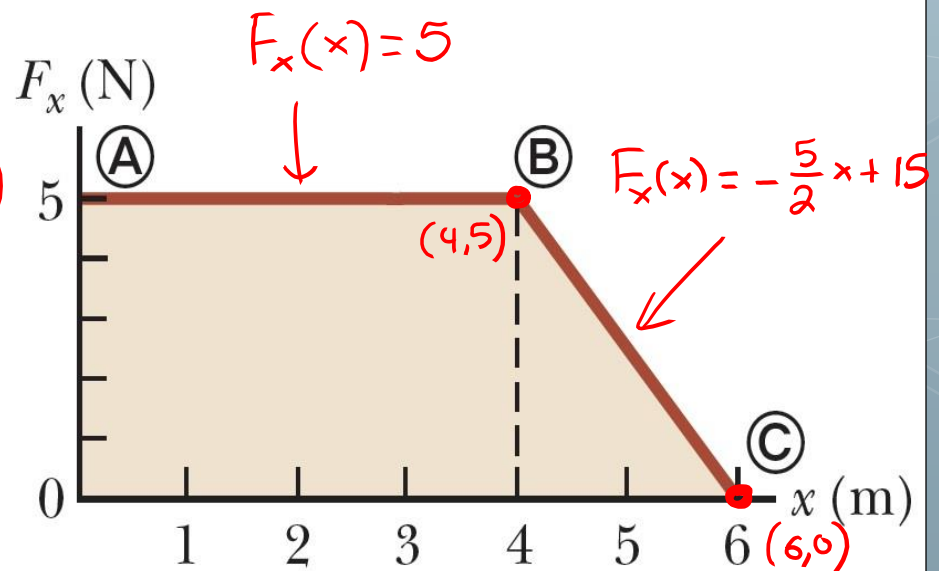
$$= 5x \Big|_0^4 + \left(-\frac{5}{4}x^2 + 15x\right) \Big|_4^6$$

$$= 20 - 0 + \left(-45 + 90 - \left(-20 + 60\right)\right)$$

$$= 20 + (45 - 40)$$

$$= 20 + 5$$

$$= 25 \text{ J}$$



Ενέργεια Συστήματος

- Ας μελετήσουμε μια πολύ... δημοφιλή δύναμη μεταβαλλόμενου μέτρου
- Θα κατανοήσουμε τη λειτουργία της και θα υπολογίσουμε το έργο που **παράγει** πάνω σε ένα σύστημα...
 - ...που θα καθορίσουμε **εμείς** ποιο θα είναι
- Ταυτόχρονα, θα διατυπώσουμε κλειστούς τύπους για το έργο που σχετίζεται με αυτή τη δύναμη
- Τέλος, θα δούμε τη σχέση του έργου με τις αντίστοιχες ενέργειες που θα ορίσουμε

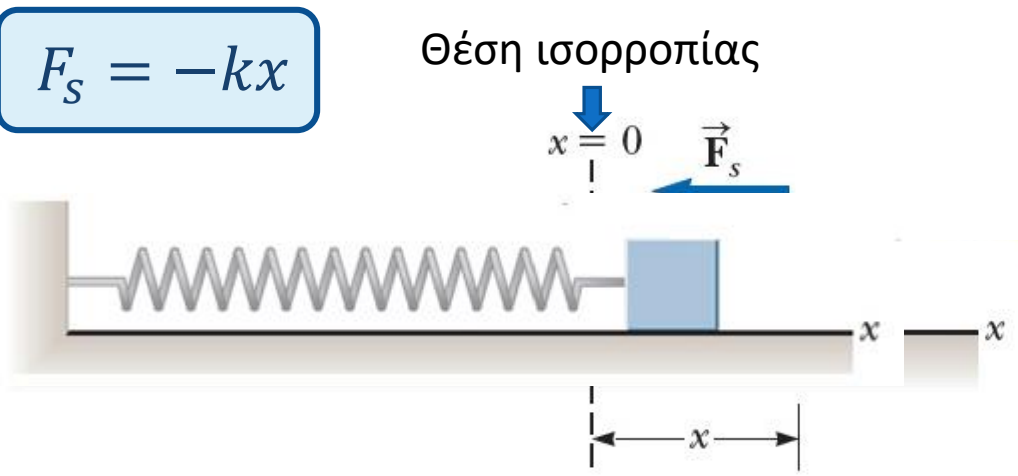
Ενέργεια Συστήματος

○ Δύναμη ελατηρίου

- Σύστημα = {σώμα} – δεμένο στο ελατήριο
- Δύναμη \vec{F}_s εγείρεται επάνω στο σώμα από το ελατήριο όταν το τελευταίο εκτείνεται ή συμπιέζεται
- Η δύναμη μεταβάλλεται ανάλογα με τη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας (θέση φυσικού μήκους)
- Δύναμη ελατηρίου στο σώμα: **Νόμος του Hooke**

$$F_s = -kx$$

Θέση ισορροπίας

$$x = 0$$


- Ελατήρια:
Αποθηκεύουν ή απορροφούν ενέργεια!

Ενέργεια Συστήματος

$$F_s = -kx$$

● Δύναμη ελατηρίου

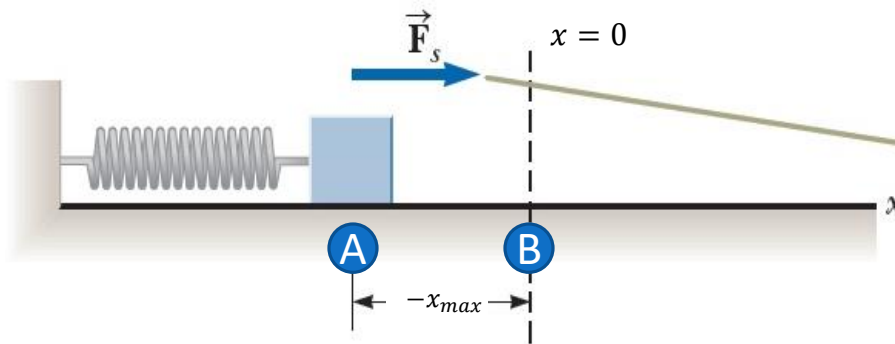
- Η τιμή της σταθεράς k είναι μια ένδειξη της σκληρότητας του ελατηρίου
 - Μεγάλο $k \rightarrow$ σκληρό ελατήριο
 - Μικρό $k \rightarrow$ μαλακό ελατήριο
- Μονάδες της σταθεράς k είναι **N/m**
- Διανυσματική μορφή για οριζόντια κίνηση

$$\vec{F}_s = F_s \vec{i} = -kx \vec{i}$$

Ενέργεια Συστήματος

$$F_s = -kx$$

- Ας θεωρήσουμε ότι το ελατήριο συμπιέζεται στη μέγιστη τιμή (θέση $x_i = x_A = -x_{max}$) και αφήνεται ελεύθερο.



Όταν το x είναι αρνητικό (συμπιεσμένο ελατήριο), η δύναμη του ελατηρίου έχει φορά προς τα δεξιά.

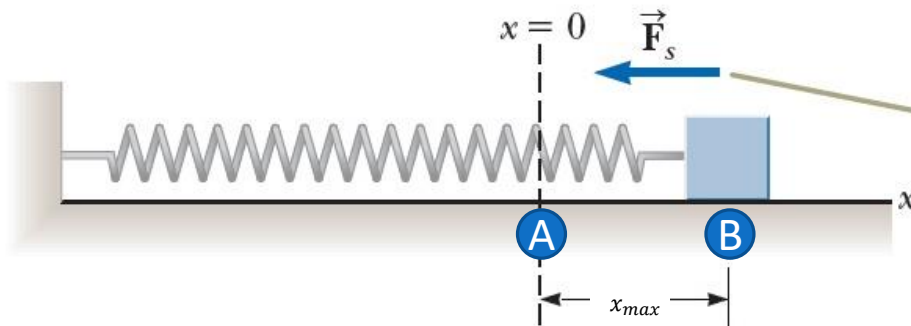
- Έστω η τελική θέση $x_f = x_B = 0$ (θέση ισορροπίας)
- Το έργο της δύναμης του ελατηρίου επάνω στο σώμα ισούται με

$$W_s = \int \vec{F}_s \cdot d\vec{x} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i}) = \int_{-x_{max}}^0 (-kx)dx = -\frac{kx^2}{2} \Big|_{-x_{max}}^0 = \frac{1}{2}kx_{max}^2$$

Ενέργεια Συστήματος

$$F_s = -kx$$

- Ας θεωρήσουμε ότι το ελατήριο συνεχίζει την πορεία του, περνώντας από τη θέση ισοροπίας (θέση $x_i = x_A = 0$)



Όταν το x είναι θετικό (τεντωμένο ελατήριο), η δύναμη του ελατηρίου έχει φορά προς τα αριστερά.

- Έστω η τελική θέση $x_f = x_B = x_{max}$
- Το έργο της δύναμης του ελατηρίου επάνω στο σώμα ισούται με

$$W_s = \int \vec{F}_s \cdot d\vec{x} = \int_{x_i}^{x_f} (-kx\vec{i}) \cdot (dx\vec{i}) = \int_0^{x_{max}} (-kx)dx = -\frac{1}{2}kx_{max}^2$$

Ενέργεια Συστήματος

$$F_s = -kx$$

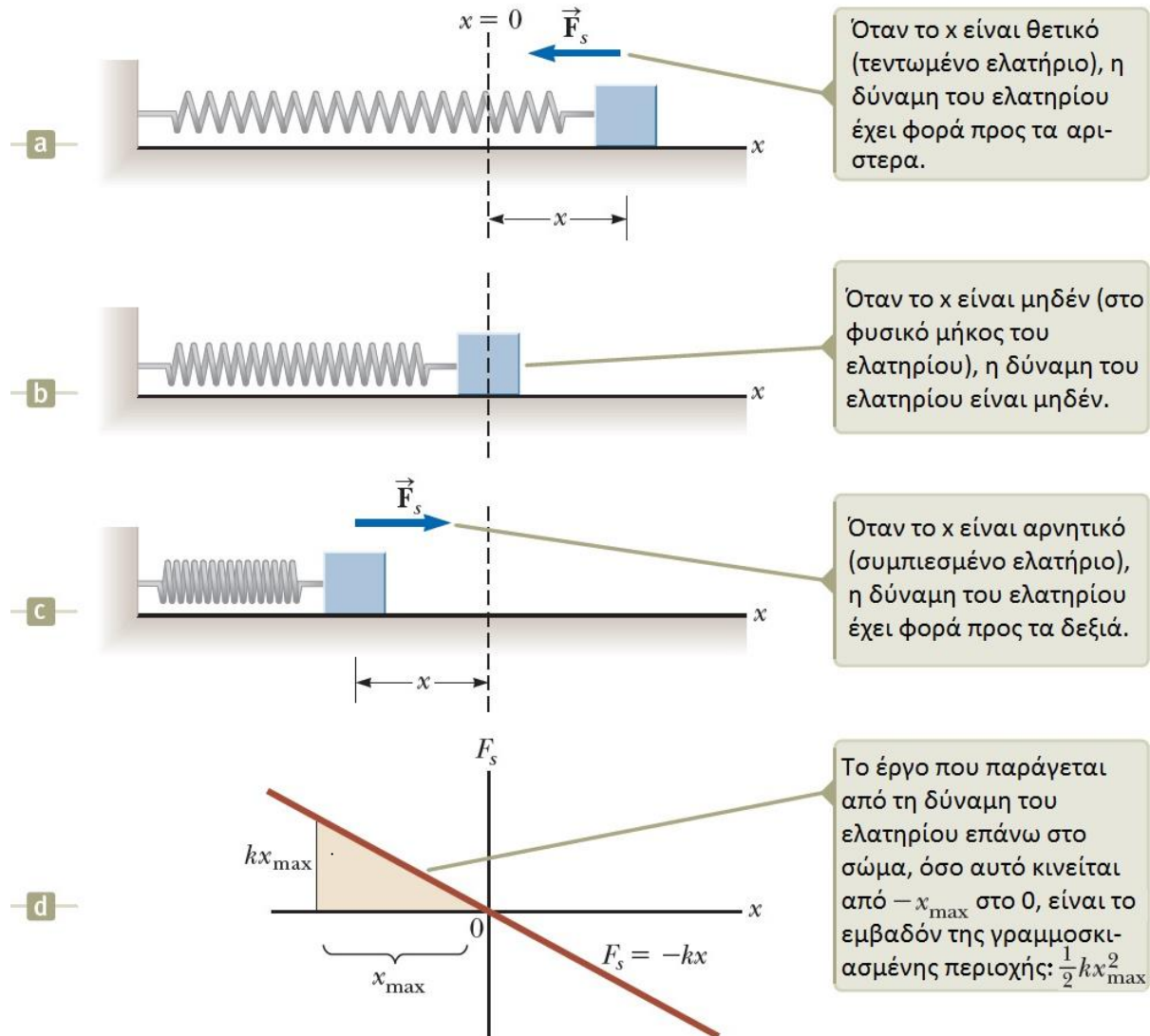
- Άρα το συνολικό έργο της δύναμης ελατηρίου επάνω στο σώμα για μετατόπιση από $-x_{max}$ ως x_{max} είναι μηδέν!!
 - Το ίδιο ισχύει για οποιεσδήποτε συμμετρικές ως προς το μηδέν θέσεις
- Όμως για μια **οποιαδήποτε** μετατόπιση από μια θέση x_i σε μια θέση x_f , ισχύει:

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$$

που δεν είναι απαραίτητα ίσο με το μηδέν...

- Η παραπάνω σχέση δίνει το έργο της δύναμης του ελατηρίου από μια οποιαδήποτε θέση ως μια οποιαδήποτε άλλη

Ενέργεια Συστήματος



Ενέργεια Συστήματος

$$\vec{F}_{app} = -\vec{F}_s$$

- Έστω μια εξωτερική δύναμη \vec{F}_{app} που εφαρμόζεται στο σύστημα-σώμα, όπως στο σχήμα

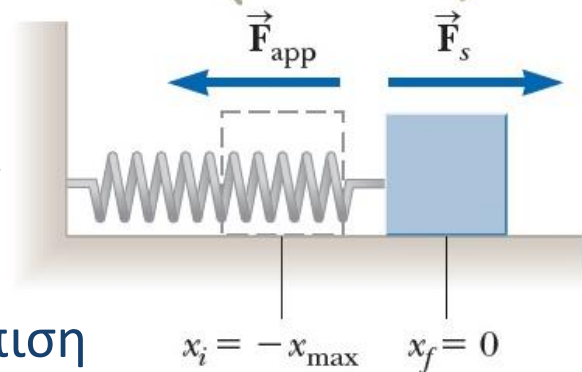
- Κίνηση από το $-x_{max}$ στο 0

- $$W_{ext} = \int \vec{F}_{app} \cdot d\vec{x} = \int -\vec{F}_s \cdot d\vec{x}$$
$$= \int_{x_i}^{x_f} -(-kx\vec{i}) \cdot (dx \vec{i})$$
$$= \int_{-x_{max}}^0 kx dx = -\frac{1}{2} kx_{max}^2$$

- Όμοια με πριν, για οποιαδήποτε μετατόπιση

$$W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} kx dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2 = -W_s$$

Αν η διαδικασία της κίνησης του σώματος γίνεται ΠΟΛΥ αργά, τότε η \vec{F}_{app} είναι ίση σε μέτρο και αντίθετης φοράς με την \vec{F}_s , για κάθε χρονική στιγμή.

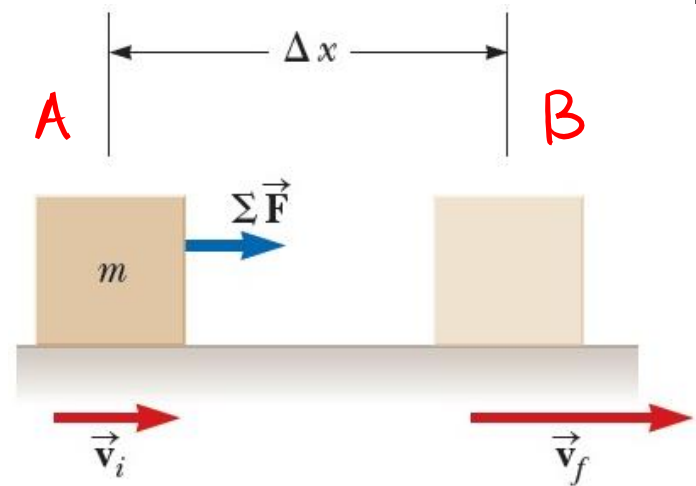


Ενέργεια Συστήματος

- Παραγωγή έργου = Μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας
 - Τι γίνεται αυτή η ενέργεια;
 - **Πιθανότατα** αλλάζει την ταχύτητα ενός σώματος
- 1^{ος} Τύπος Ενέργειας που μπορεί να έχει ένα σύστημα:

Κινητική Ενέργεια

- Έστω το διπλανό παράδειγμα:
 - Σύστημα = {σώμα μάζας m }
 - Σώμα επιταχύνει από \vec{u}_i σε \vec{u}_f
 - Σώμα υπό επίδραση σταθερής δύναμης (μοντέλο κίνησης I)



Ενέργεια Συστήματος

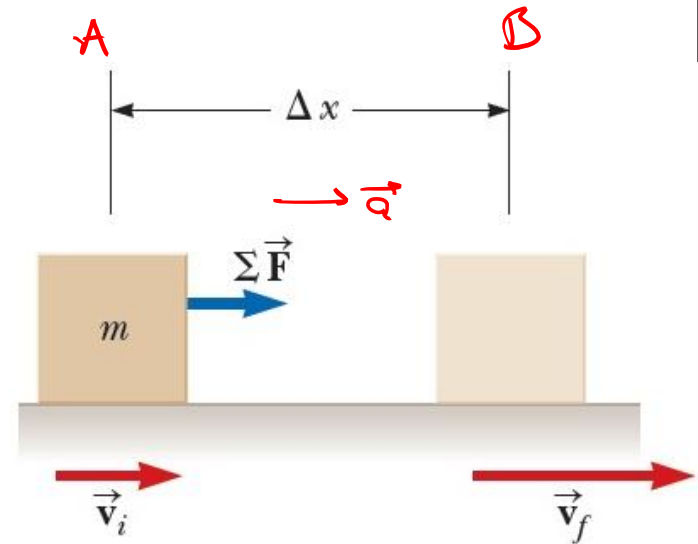
- Θεωρήστε την συνισταμένη των δυνάμεων σταθερή
- Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση (μοντέλο κίνησης II)
- Άρα

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a\Delta x \Leftrightarrow a = \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x}$$

- Από 2^ο νόμο Newton, είναι

$$\Sigma F = ma$$

και με αντικατάσταση έχουμε



Ενέργεια Συστήματος

$$\sum F = m \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x} \Leftrightarrow \overbrace{\sum F \Delta x}^{W_F} = \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2$$

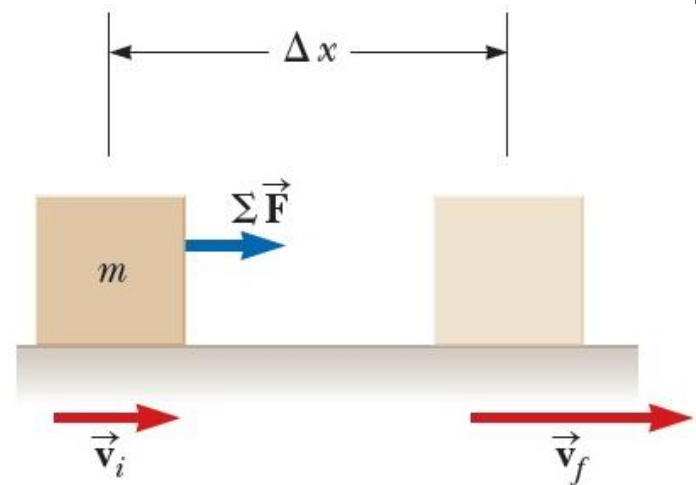
- Το 1^ο μέλος είναι ο ορισμός του έργου σταθερής δύναμης
- Άρα

$$W_{ext} = \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2 = K_f - K_i = \Delta K$$

όπου

$$K = \frac{1}{2} m u^2$$

η **κινητική ενέργεια** του σώματος



Ενέργεια Συστήματος

- Η κινητική ενέργεια αναπαριστά την ενέργεια που σχετίζεται με την **κίνηση** ενός σώματος
- Μονάδα μέτρησης στο SI:

$$kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2 = kg \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right) \cdot m = N \cdot m = 1 \text{ Joule (J)}$$

- Συνοψίζοντας:

$$W_{ext} = K_f - K_i = \Delta K$$

1^ο Ενεργειακό
Θεώρημα!

- Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου
- Όταν σε ένα σύστημα παράγεται έργο από μια συνισταμένη δυνάμεων, και η μόνη αλλαγή σε αυτό αφορά το μέτρο της ταχύτητας του, το συνολικό έργο ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος

Ενέργεια Συστήματος

Στρατηγική επίλυσης
προβλημάτων

Σύστημα

Μονομελές

Πολυμελές

Μη απομονωμένο

Μη απομονωμένο

Απομονωμένο

$$\Delta E_{sys} = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Αρχή
Διατήρησης
Ενέργειας

Θεώρημα
Μεταβολής Κινητικής
Ενέργειας – Έργου

Αρχή Διατήρησης
Μηχανικής
Ενέργειας

$$\Delta E_{sys} = 0$$

Συνεχίζεται... 😊